ملخص عام على الوحدات

الوحدة الأولى الأعداد والعمليات عليها

الأعداد الحقيقية (Real Numbers)

الأعداد غير النسبية

- العدد غير النسبى هو العدد الذى لا يمكن كتابته على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث a , b عددان صحيحان ، $b \neq 0$
ويرمز لمجموعة الأعداد غير النسبية بالرمز $\grave{Q}$

أمثلة للأعداد غير النسبية:

1 **الجـذور التربيعـية** للأعداد التى ليست مربعات كاملة مثل: $\sqrt{3}$

2 **الجـذور التكعيبـية** للأعداد التى ليست مكعبات كاملة مثل: $\sqrt[3]{-16}$

3 **النسبة التقريبية** π وهى النسبة بين محيط الدائرة وطول قطرها.

4 **النسـبة الذهبـية** φ

الأعداد الحقيقية

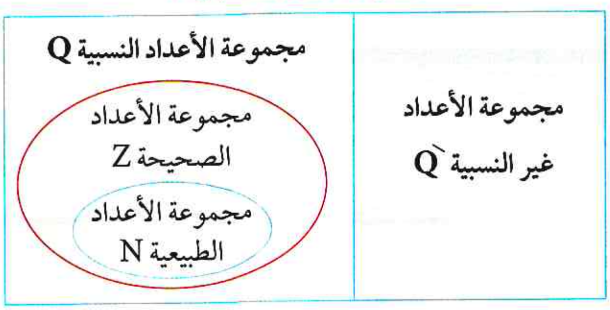
- مجموعة الأعداد الحقيقية هى المجموعة التى تتكون من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية Q
ومجموعة الأعداد غير النسبية $\grave{Q}$ ويرمز لها بالرمز R

أى أن $R = Q \cup \grave{Q}$ حيـث $Q \cap \grave{Q} = \varnothing$

شكل فن المقابل يوضح العلاقة بين مجموعات الأعداد حيث: $N \subset Z \subset Q \subset R$

$\grave{Q} \subset R$

مجموعة الأعداد الحقيقية R



الفترات والعمليات عليها (Intervals and Their Operations)

الفترة هى مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية وأى عددين حقيقيين ينحصر بينهما عدد لا نهائى من الأعداد الحقيقية، وعند كتابة الفترة نبدأ بالعدد **الأصغر** (a) وننتهى بالعدد **الأكبر** (b).

- وتنقسم الفترات إلى: فترات محـدودة وفترات غير محـدودة.

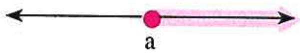
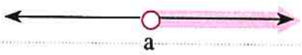
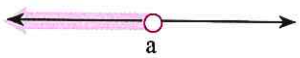
أولًا الفتـرات المحدودة: إذا كان a و b عددين حقيقيين ، $a < b$ فـإن:

الفتـرة	التعبيـر الرياضى	التعبيـر بالصفة المميزة	التمثيل على خط الأعداد
الفترة المغلقـة: $[a , b]$	$[a , b]$	$\{x : x \in R , a \leqslant x \leqslant b\}$	
الفترة المفتوحـة: $]a , b[$	$]a , b[$	$\{x : x \in R , a < x < b\}$	
الفترة نصف مفتوحـة أو الفترة نصف مغلقـة: $[a , b[$	$[a , b[$	$\{x : x \in R , a \leqslant x < b\}$	
الفترة نصف مفتوحـة أو الفترة نصف مغلقـة: $]a , b]$	$]a , b]$	$\{x : x \in R , a < x \leqslant b\}$	

ثانيًا الفترات غير المحدودة:

- تمتد مجموعة الأعداد الحقيقية على خط الأعداد فى الاتجاه الموجب إلى ما لا نهاية (∞) وتمتد فى الاتجاه السالب إلى سالب ما لا نهاية ($-\infty$)
- يستخدم الرمزان ∞ و $-\infty$ فى التعبير عن المجموعات غير المحدودة وهما رمزان يعبران عن عدم معرفتنا بأكبر، وأصغر عدد.

إذا كان $a \in R$ فإن:

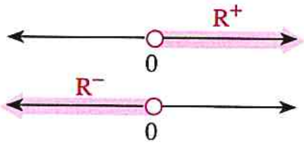
الفترة	التعبير بالصفة المميزة	التمثيل على خط الأعداد
$[a , \infty[$	$\{x : x \in R , x \geqslant a\}$	
$]-\infty , a]$	$\{x : x \in R , x \leqslant a\}$	
$]a , \infty[$	$\{x : x \in R , x > a\}$	
$]-\infty , a[$	$\{x : x \in R , x < a\}$	

نقاط هامة

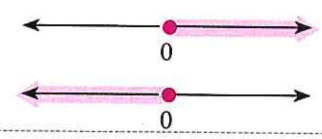
- الفترة $]-\infty , \infty[$ تعبر عن مجموعة الأعداد الحقيقية R حيث $\infty \notin R$ ، $-\infty \notin R$
- $R = R^+ \cup \{0\} \cup R^-$

حيث: R^+ مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة $=]0 , \infty[$

R^- مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة $=]-\infty , 0[$



- $R^+ \cup R^- = R - \{0\}$
- مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة $= R^+ \cup \{0\} = [0 , \infty[$
- مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة $= R^- \cup \{0\} =]-\infty , 0]$



العمليات على الفترات:

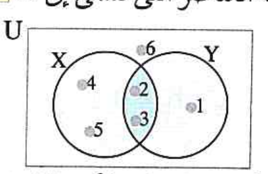
تذكر أن المجموعات والعمليات عليها .

بفرض أن: $X = \{2 , 3 , 4 , 5\}$, $Y = \{1 , 2 , 3\}$, $U = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6\}$

فيكون :

1 الاتحاد $(X \cup Y)$:

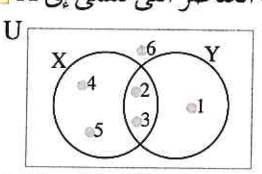
هو مجموعة العناصر التى تنتمى إلى X أو Y



$\therefore X \cup Y = \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$

2 التقاطع $(X \cap Y)$:

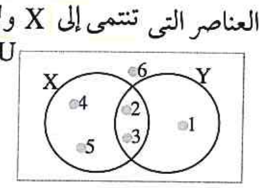
هو مجموعة العناصر التى تنتمى إلى X و Y



$\therefore X \cap Y = \{2 , 3\}$

3 الفرق $(X - Y)$:

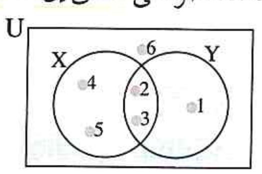
هو مجموعة العناصر التى تنتمى إلى X ولا تنتمى إلى Y



$\therefore X - Y = \{4 , 5\}$

4 المكملة $X^{\grave{}}$:

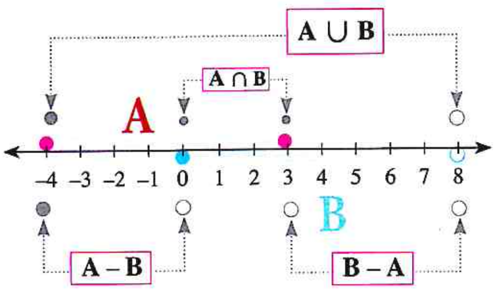
هى مجموعة العناصر التى تنتمى إلى U ولا تنتمى إلى X



$\therefore X^{\grave{}} = U - X = \{1 , 6\}$

إذا كانت: $A = [-4 , 3]$ ، $B = [0 , 8[$ فأوجد مستعينًا بخط الأعداد:

1 $A \cap B$ 2 $A \cup B$ 3 $A - B$ 4 A' 5 $B - A$ 6 B'



1 $A \cap B = [0 , 3]$

2 $A \cup B = [-4 , 8[$

3 $A - B = [-4 , 0[$

4 $A' = R - [-4 , 3]$ أو $A' =]-\infty , -4[\cup]3 , \infty[$

5 $B - A =]3 , 8[$

6 $B' = R - [0 , 8[$ أو $B' =]-\infty , 0[\cup [8 , \infty[$

العمليات على الأعداد الحقيقية (Operations on Real Numbers)

خواص العمليات (+ ، ×) على الأعداد الحقيقية:

إذا كانت a, b, c ثلاثة أعداد حقيقية فإن:

الخاصية	فى عملية الجمع	فى عملية الضرب
الانغلاق	$a + b \in R$	$a \times b \in R$
الإبدال	$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
الدمج (التجميع)	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
توزيع الضرب على الجمع	$a (b + c) = ab + ac$ ، $(b + c) a = ba + ca$	
المحايد	المحايد الجمعى هو 0 $a + 0 = 0 + a = a$	المحايد الضربى هو 1 $a \times 1 = 1 \times a = a$
المعكوس	المعكوس الجمعى للعدد a هو (–a) حيث: $a + (-a) = 0$	المعكوس الضربى للعدد a هو : $\frac{1}{a}$ (حيث $a \neq 0$) حيث: $a \times \frac{1}{a} = 1$

قوانين الجذور التربيعية والتكعيبية (Laws of Square and Cube Roots)

ضرب وقسمة الجذور التربيعية:

إذا كان a , b عددين حقيقيين غير سالبين، فإن:

1 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

2 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ بشرط أن: $b \neq 0$

ضرب وقسمة الجذور التكعيبية:

إذا كان a , b عددين حقيقيين، فإن:

1 $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \times b}$

2 $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ ، $b \neq 0$

قوانين الأسس فى الأعداد الحقيقية (Laws of Exponents in Real Numbers)

أولًا قوانين الضرب:

1 $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2 $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

الأس الصفرى والأس السالب:

1 $a^0 = 1$

2 $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

ثانيًا قوانين القسمة:

1 $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

2 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

التحليل بإخراج العامل المشترك الأكبر (Factorizing by Taking Out Greatest Common Factor GCF)

تحليل كثيرة الحدود بإخراج العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)

كثيرة الحدود هى تعبير رياضى فيه جميع أسس متغيراته (إن وجدت) تكون أعدادًا صحيحة موجبة.

أمثلة لكثيرات الحدود:

- كثيرة حدود (وحيدة الحد): $\frac{1}{2}xy$, y^2 , $2ab$, $-x$
- كثيرة حدود (ثنائية حدود): $2a^2b + 3ba$, $x^2 + 2xy$, $x - y$
- كثيرة حدود (ثلاثية حدود): $2a^2 + 3b + 8$, $x^3 + x^2 - 3y$

تحليل كثيرة الحدود: هو تحويل كثيرة الحدود إلى حاصل ضرب عاملين (أو أكثر):

عند تحليل كثيرة الحدود $(9a^2 - 12a)$ نتبع الخطوات الآتية:

خطوة (1)

$9a^2 = \boxed{3} \times 3 \times \boxed{a} \times a$

$12a = 2 \times 2 \times \boxed{3} \times \boxed{a}$

∴ (ع.م.أ) هو $3a$

خطوة (2)

قسمة كل حد على (ع.م.أ)

$\frac{9a^2}{3a} - \frac{12a}{3a} = 3a - 4$

خطوة (3)

تحليل

$9a^2 - 12a = 3a\,(3a - 4)$

توزيع

تحليل ثلاثية الحدود (Factorizing Trinomial)

تحليل ثلاثية الحدود على الصورة: $x^2 + bx + c$

- لتحليل ثلاثية الحدود على صورة: $x^2 + bx + c$ (حيث c ، b عددان صحيحان)

نوجد عددين صحيحين ℓ ، m (بحيث: $b = \ell + m$ ، $c = \ell m$)

ثم نكتب $x^2 + bx + c = (x + \ell)\,(x + m)$ مع ملاحظة أنه:

1. إذا كانت c موجبة فإن ℓ و m لهما نفس إشارة b
2. إذا كانت c سالبة فإن ℓ و m مختلفان فى الإشارة وأكبرهما عدديًا له نفس إشارة b

تحليل ثلاثية الحدود على الصورة: $ax^2 + bx + c$ حيث ($a \neq \pm 1$)

- لتحليل ثلاثية الحدود $2x^2 + 9x + 10$ نتبع الآتى:

1. نحلل $2x^2$ إلى $\boxed{2x\ ,\ x}$ ⟵ $(2x \quad)(x \quad)$
2. نحلل العدد 10 إلى $\boxed{+1\ ,\ +10}$ أو $\boxed{+2\ ,\ +5}$

مع استبعاد العوامل السالبة لأن معامل x إشارته موجبة.

3. نحدد الحد الأوسط المناظر، كما بالجدول المقابل:

التحليل الممكن	الحد الأوسط المناظر
$(2x + 1)\,(x + 10)$	$20x + x = 21x$ ✗
$(2x + 10)\,(x + 1)$	$2x + 10x = 12x$ ✗
$(2x + 2)\,(x + 5)$	$10x + 2x = 12x$ ✗
$(2x + 5)\,(x + 2)$	$4x + 5x = 9x$ ✓

$\therefore\ 2x^2 + 9x + 10 = (2x + 5)\,(x + 2)$

تحليل الحالات الخاصة (Factorizing Special cases)

تحليل ثلاثية الحدود التى تمثل مربعًا كاملًا:

- نكتبها على صورة حاصل ضرب عاملين متساويين (أى: مربع أحد عامليها المتساويين):

أى أن:

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

كيفية إيجاد المجهول فى ثلاثية الحدود التى تمثل مربعًا كاملًا:

- الحد الأول = $\frac{\text{مربع الحد الأوسط}}{\text{(الحد الثالث)} \times 4}$
- الحد الثالث = $\frac{\text{مربع الحد الأوسط}}{\text{(الحد الأول)} \times 4}$
- الحد الأوسط = $\left(\pm 2 \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)$

تحليل الفرق بين مربعين:

- الفرق بين مربعى كميتين = مجموع الكميتين × الفرق بينهم

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما:

1 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

مثل الإشارة — عكس الإشارة — دائمًا موجبة

2 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

مثل الإشارة — عكس الإشارة — دائمًا موجبة

التحليل بالتقسيم (Factorizing by Grouping)

التحليل بالتقسيم

يمكن تحليل كثيرة حدود مكونة من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين:

لاحظ أن

- تحليل كثيرات الحدود على الصورة: $a x^2 + bx - c$ حيث $(a \neq 1)$ باستخدام التحليل بالتقسيم كما يلى:
  1. أوجد عاملين حاصل ضربهما (ac) ومجموعهما (b).
  2. أعد كتابة (bx) فى صورة ناتج جمع هذين العاملين.
  3. استخدم التحليل بالتقسيم.

الطريقة الأولى

- نقسم كثيرة الحدود إلى ثنائيتى حدود، بحيث نستطيع تحليل كل ثنائية حدود، ثم نخرج ثنائية الحدود المكررة كعامل مشترك.

الطريقة الثانية

- يتم تقسيم كثيرة الحدود إلى ثلاثية حدود، تمثل مربعًا كاملًا والحد الرابع يجب أيضًا أن يكون مربعًا كاملًا، بحيث يتم تحليل كثيرة الحدود الأصلية كفرق بين مربعين.

التحليل بإكمال المربع:

- إكمال المربع: هو عملية إضافة حد جبرى إلى ثنائية حدود لتصبح ثلاثية حدود على صورة مربع كامل.

يمكن أن يتم إكمال المربع بإحدى الطريقتين الآتيتين:

الطريقة الأولى

- بإضافة (الحد الأوسط) = $\left(\pm 2\sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)$

فمثلًا:

$x^2 + 9$ يضاف إليها $\left(\pm 2\sqrt{x^2} \times \sqrt{9}\right) = \pm 6x$

فيكون $(x^2 \pm 6x + 9)$ مربعًا كاملًا أى يكتب على الصورة $(x \pm 3)^2$

الطريقة الثانية

- بإضافة (الحد الثالث) = $\frac{\text{مربع الحد الأوسط}}{\text{الحد الأول} \times 4}$

فمثلًا:

$x^2 + 8x$ يضاف إليها $\frac{(8x)^2}{(x^2 \times 4)} = \frac{64x^2}{4x^2} = 16$

فيكون $(x^2 + 8x + 16)$ مربعًا كاملًا أى يكتب على الصورة $(x + 4)^2$

التطابق (Congruence)

1 تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كانتا متساويتين فى الطول.

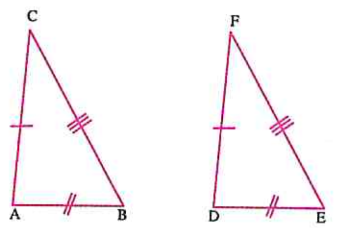
2 تتطابق الزاويتان إذا كانتا متساويتين فى القياس.

3 يتطابق المضلعان اللذان لهما نفس العدد من الأضلاع. (إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا)

1 أضلاعهما المتناظرة متساوية فى الطول. 2 زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس.

تطابق مثلثين:

الحالة الأولى: ثلاثة أضلاع (SSS):



يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع فى أحد المثلثين مع نظيره فى المثلث الآخر.

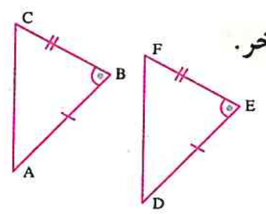
فى المثلثين : DEF , ABC

إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$

فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ وينتج من التطابق أن:

$\angle A \cong \angle D$, $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$

الحالة الثانية: ضلعان وزاوية محصورة (SAS):



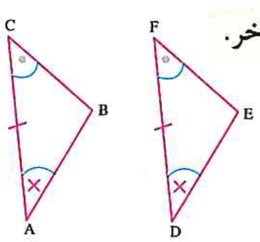
يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

فى المثلثين : DEF , ABC إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\angle B \cong \angle E$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$

فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

وينتج من التطابق أن: $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$

الحالة الثالثة: زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما (ASA):



يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

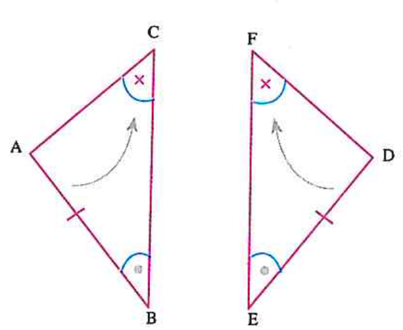
فى المثلثين : DEF , ABC إذا كان $\angle A \cong \angle D$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle C \cong \angle F$

فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ وينتج من التطابق:

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\angle B \cong \angle E$

الحالة الرابعة: زاويتان وضلع غير واصل بين الرأسين (AAS):

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان وضلع غير واصل بين رأسيهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.



فى المثلثين: DEF , ABC

إذا كان $\angle B \cong \angle E$, $\angle C \cong \angle F$, $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

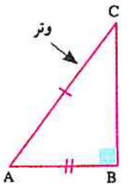
فإن: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

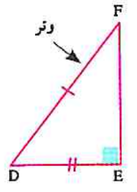
وينتج من التطابق:

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$, $\angle A \cong \angle D$

الحالة الخامسة: وتر واحد ضلعى القائمة (RHS):

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق وتر وأحد ضلعى القائمة فى أحد المثلثين مع نظيريهما فى المثلث الآخر.





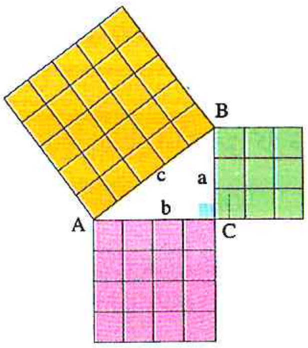
فى المثلثين: ABC , DEF إذا كان: $m(\angle B) = m(\angle E) = 90°$

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{AC} \cong \overline{DF}$ فإن: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

وينتج من التطابق:

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$, $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$

نظرية فيثاغورس وعكسها (Pythagoras' Theorem and its Converse)



- نظرية فيثاغورس هى معادلة تربط بين أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية.
- مساحة المربع المنشأ على الوتر فى المثلث القائم الزاوية

تساوى مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعى القائمة.

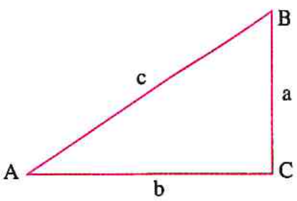
أى أن: $c^2 = a^2 + b^2$

(حيث: b ، a طولا ضلعى القائمة فى المثلث ، c طول وتر هذا المثلث).

ويمكننا استنتاج: **2** $a^2 = c^2 - b^2$ **1** $b^2 = c^2 - a^2$

عكس نظرية فيثاغورس:

إذا كان مجموع مربعى طولى ضلعين فى مثلث يساوى مربع طول الضلع الثالث، كان المثلث قائم الزاوية.

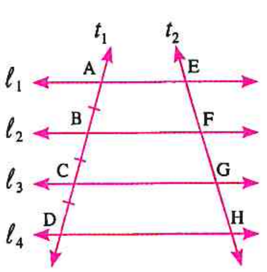


إذا كان: المثلث ABC فيه: $a^2 + b^2 = c^2$

فإن: $m(\angle C) = 90°$

أى أن: المثلث ABC يكون قائم الزاوية فى C

تطبيقات التوازى (Applications of Parallelism)

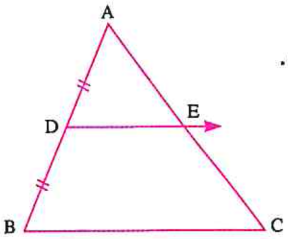


1 إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية، وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات متساوية فى الطول، فإن الأجزاء المحصورة بينها لأى قاطع آخر تكون متساوية فى الطول.

إذا كانت: $\ell_1 // \ell_2 // \ell_3 // \ell_4$،

t_1 ، t_2 قاطعان لهم

بحيث: $AB = BC = CD$ فإن: $EF = FG = GH$

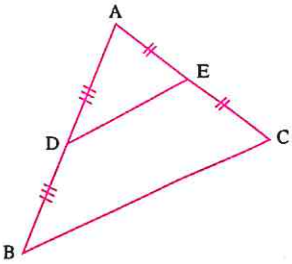


2 الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى المثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث.

فى الشكل المقابل:

إذا كانت: D نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، $\overrightarrow{DE} // \overline{BC}$

فإن: E نقطة منتصف $\overline{AC}$ أى أن: $AE = EC$



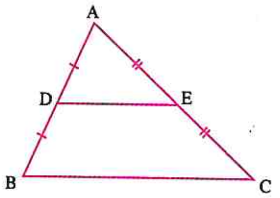
3 القطعة المتوسطة فى المثلث هى القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى المثلث.

إذا كانت: D نقطة منتصف $\overline{AB}$

E نقطة منتصف $\overline{AC}$

فإن: $\overline{DE}$ قطعة متوسطة فى ΔABC

4 القطعة المتوسطة المرسومة بين منتصفى أى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث، وطولها يساوى نصف طول هذا الضلع.



فى الشكل المقابل: إذا كانت $\overline{DE}$ قطعة متوسطة فى ΔABC

فإن: **1** $\overline{DE} \,//\, \overline{BC}$

2 $DE = \frac{1}{2} BC$

متوسطات المثلث (Medians Of The Triangle)

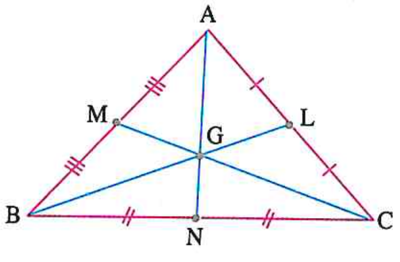
1 متوسط المثلث: هو قطعة مستقيمة مرسومة من أحد رءوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

2 متوسطات المثلث تتقاطع فى نقطة واحدة.

3 نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًّا منها بنسبة $1 : 2$ من جهة الرأس.

فى الشكل المقابل:

إذا كانت: G هى نقطة تقاطع متوسطات المثلث ABC



فإن:

$AG = 2\,GN$	ومنها ←	$GN = \frac{1}{2} AG$
$AG = \frac{2}{3} AN$	ومنها ←	$AN = \frac{3}{2} AG$
$GN = \frac{1}{3} AN$	ومنها ←	$AN = 3\,GN$

4 طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوى نصف طول وتر هذا المثلث.

5 إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس، فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة.

المثلث المتساوى الساقين (Isosceles Triangle)

1 زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين **متطابقتان**.

2 زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين دائمًا **حادتان**.

3 زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين يمكن أن تكون قائمة **أو** حادة **أو** منفرجة.

4 المثلث المتساوى الأضلاع هو مثلث أضلاعه الثلاثة متطابقة. ويكون : قياس كل زاوية داخلة فى المثلث المتساوى الأضلاع تساوى $60°$

5 قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رءوس المثلث المتساوى الأضلاع تساوى $120°$

6 محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودى عليها من نقطة منتصفها.

7 النقطة التى تنتمى إلى محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها.

8 محور تماثل المثلث المتساوى الساقين هو مستقيم يمر برأس المثلث وعمودى على قاعدته.

9 متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس **ينصف** زاوية الرأس ويكون **عموديًا** على القاعدة.

10 منصف زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين **ينصف القاعدة** ويكون **عموديًا** عليها.

11 المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين عموديًا على القاعدة **ينصف** كلًّا من **القاعدة وزاوية الرأس**.

المثلث الثلاثينى الستينى:

- المثلث الثلاثينى الستينى هو مثلث قائم الزاوية.
- زاويتاه الحادتان قياساهما **$30°$ ، $60°$**
- فى المثلث الثلاثينى الستينى طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها $30°$ يساوى نصف طول الوتر.

الزوايا الداخلة والخارجة للمضلعات (Interior and Exterior Angles of Polygons)

1 مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع المحدب = $(n-2) \times 180°$ (حيث n عدد أضلاع المضلع).

2 مجموع قياسات الزوايا الخارجة للمضلع المحدب يساوى $360°$ (زاوية واحدة عند كل رأس).

- فى المضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه (n) ضلعًا يكون:

3 قياس الزاوية الداخلة = $\frac{(n-2) \times 180°}{n}$

4 قياس الزاوية الخارجة عند أحد رءوسه = $\frac{360°}{n}$

5 يمكن إيجاد عدد أضلاع المضلع المنتظم كالآتى:

1 إذا علمت قياس زاويته الخارجة ← عدد الأضلاع = $\frac{360°}{\text{الزاوية الخارجة}}$

2 إذا علمت قياس زاويته الداخلة ← عدد الأضلاع = $\frac{360°}{\text{مكملة الزاوية الداخلة}}$

6 عدد أقطار المضلع المحدب يساوى $\frac{n(n-3)}{2}$ ، حيث n هو عدد الأضلاع.

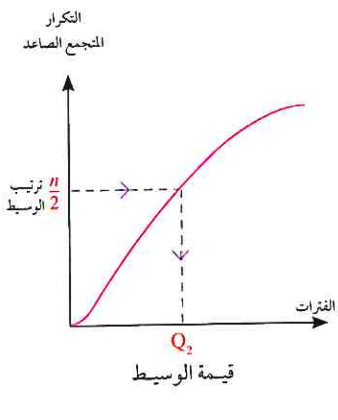
الوحدة الرابعة الإحصاء

- مقاييس النزعة المركزية هى القيم التى تصف مركز تجمع مجموعة من البيانات، مثل: الوسط الحسابى، الوسيط، المنوال.
- **الوسط الحسابى** = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$
- **الوسيط:** هو القيمة التى تتوسط مجموعة من القيم بعد ترتيبها تصاعديًا أو تنازليًا.
- **المنوال:** هو القيمة الأكثر شيوعًا (تكرارًا).

الوسط الحسابى لتوزيع تكرارى ذى مجموعات

$$\text{الوسط الحسابى } (\bar{x}) = \frac{\sum (f \cdot x_m)}{\sum f}$$

الوسيط لتوزيع تكرارى ذى مجموعات

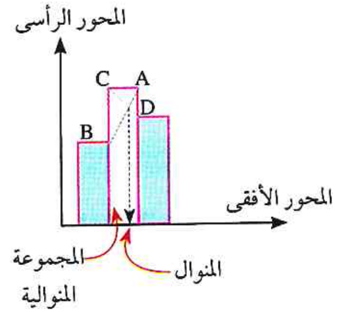


يمكن تقدير الوسيط من المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد كالآتى:

1 نعيِّن ترتيب الوسيط = $\frac{n}{2}$ (حيث n مجموع التكرارات على المحور الرأسى).

2 نعيِّن النقطة التى تمثِّل ترتيب الوسيط على المحور الرأسى، ونرسم منها خطًّا أفقيًّا يقطع المنحنى المتجمع الصاعد فى نقطة، فيكون مسقط هذه النقطة على المحور الأفقى هو قيمة الوسيط (Q_2)

المنوال لتوزيع تكرارى ذى مجموعات



- يمكنك تقدير المنوال لتوزيع تكرارى ذى مجموعات عن طريق رسم المدرج التكرارى وتحديد المجموعة الأكثر تكرارًا، وتسمى المجموعة المنوالية، ثم تحديد مسقط نقطة تقاطع $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ على المحور الأفقى، وتكون هى القيمة المنوالية.